Лекция 5. Интегральное преобразование Фурье.

Рассмотрим спектральный анализ абсолютно интегрируемых функций, заданных на всей числовой прямой.Выше мы вывели следующую формулу:

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi)\exp(i\lambda(x-\xi))d\xi \qquad (1)$$

Формула (1) выражает содержание основной теоремы, на которую мы будем постоянно опираться в дальнейшем изложении: Теорема. Если *f(x)* - абсолютно интегрируемая на числовой прямой функция, то справедлива интегральная формула (1). Формула Фурье может быть записана в комплексной форме:

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi)\cos\lambda(x-\xi)d\xi$$

Введем обозначение: $\hat{f}(\lambda)\equiv Ff(\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi)e^{-i\lambda\xi}d\xi$ (3)

Функция $\hat{f}(\xi)$ определенная формулой (3) называется преобразованием Фурье функции *f(x)*. $f(x)\in L_1(R)$,

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(\lambda)\exp(i\lambda x)d\lambda$$